

第 6 章 自由電子フェルミ気体 (第 3 回目)

第 6 章では、数か所にわたり実験との比較がある。今日は自由電子フェルミ気体の第 3 回目である (読むだけでもよい)。次の章は、第 8 章 半導体である。フォノンの第 4,5 章は時間があれば最後の 2 回で読もう。

金属の電気抵抗率の実測値 p.158

電気抵抗は、金属は 300 K では、伝導電子と格子フォノンの衝突緩和率により標準状態に戻る

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_L} + \frac{1}{\tau_i}$$

フォノンによる散乱 & 格子の不完全性による散乱
フォノン (第 4,5 章は最後に)

図 11 金属の電気抵抗 格子による不規則な電子の散乱

全体の抵抗

$$\rho = \rho_L + \rho_i$$

(i)フォノンのよる抵抗
(ii)電子波が格子欠陥によって散乱される抵抗

欠陥の濃度が低い場合は、

ρ_L 欠陥の数によらない

マティーンセンの規則

ρ_i 温度によらない

図 12 K の電気抵抗

温度が 10 K 以下のとき一定値に $\sim 10^{-6} \Omega\text{cm}$
試料が異なると違う値になる

$\rho_i(0)$ 残留抵抗率 抵抗率の測定値をゼロに外挿した値。格子欠陥による
 $T \rightarrow 0$ $\rho_L \rightarrow 0$ である

ウムクラップ散乱 p.162

フォノンによる電子の散乱 (5 章) と異なり、電子・フォノン散乱の逆格子ベクトル G が関与する。

通常の散乱より大きい $G \geq R$ (粒子間距離)

図 13 フォノンの umklapp 散乱の図

$$\hbar \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \delta \mathbf{k} = \mathbf{F}$$

$\delta \mathbf{k}$ の運動方程式 外力 \mathbf{F} と頻度 $1/\tau$ の衝突の摩擦力
 τ 衝突時間

一様な磁場 \mathbf{B} について

$$\mathbf{F} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

$m\mathbf{v} = \hbar \mathbf{k}$ より, 運動方程式は,

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathbf{v} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

一様な磁場が z 軸を向いているとき, 各成分は

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_x = -e \left(E_x + \frac{v_y}{c} B \right),$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_y = -e \left(E_y - \frac{v_x}{c} B \right),$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_z = -e E_z$$

定常であるとき $d\mathbf{v}/dt = 0$ を使うと, サイクロトロン周波数

$$\omega_c = eB/mc$$

$$v_x = -\frac{e\tau}{m} E_x - \omega_c \tau v_y, \quad v_y = -\frac{e\tau}{m} E_y + \omega_c \tau v_x, \quad (52)$$

$$v_z = -\frac{e\tau}{m} E_z$$

ホール電場 $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ 方向に発生する電場

図 14 縦方向 E_x の電場 横方向 B_z の磁場

E_x, B_z に対して, E_y のみ可能 ホール電場という

もし電流が y 方向に流れないとすると ($v_y = 0$), (52) から

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eB\tau}{mc} E_x \quad \text{の関係が成り立つときのみ可能}$$

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B}$$

ホール定数 Hall coefficient
ホール抵抗, は別物。

$$j_x = ne^2 \tau E_x / m \quad (52) \text{ より,}$$

$$R_H = -\frac{eB\tau E_x / mc}{ne^2 \tau E_x B / m} = -\frac{1}{nec} < 0 \quad (55)$$

密度が小さい -> ホール定数は大きくなる。

表 4 ホール定数の測定値と自由電子モデルの比較

よくあっている？

Na, K 伝導電子を 1 個として, よく一致。

Al, In 1 原子あたり 1 個の正電荷のキャリアーとして一致,
エネルギーバンド (7-9 章)

金属の熱伝導率 p.166

フェルミ気体の熱伝導率

速度 v , 比熱 C , 自由行程 l

第 5 章フォノン II より

$$K = \frac{1}{3} Cvl$$

電子の比熱(36)を使う

$$C_{el} = \frac{\pi^2}{2} Nk_B (T/T_F)$$

$$k_B T = \frac{1}{2} m v_F^2,$$

$$K_{el} = \frac{\pi^2}{2} n k_B T \frac{k_B}{3 \cdot \frac{1}{2} m v_F^2} v_F l = \frac{\pi^2}{3} \frac{n k_B^2 T}{m v_F^2} v_F \cdot v_F \tau = \frac{\pi^2}{3} \frac{n k_B^2 T \tau}{m}$$

純粋な金属では, すべての温度で電子が支配的である。

ウィーデマン・フランツの法則

金属の熱伝導率と電気伝導率の比は温度に比例する。

その比例定数は金属には依らない。

(43)と(56)により,

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2 k_B^2 T n \tau / m}{n e^2 \tau / m} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e} \right)^2 T \quad (57)$$

この比は、2つの温度でほぼ一定（変わらない） 表5